

Schulspezifisches naturwissenschaftliches Profil- Klasse 8 - Arbeitsblatt 7

Lutz Herrmann
Georgius-Agricola-Gymnasium Glauchau

15. Januar 2023

Einige Grundlagen aus Logik und Mengenlehre

Aufgabe 3

Bilde Beispiele für Einzelaussagen, Allaussagen, Existenzaussagen, erfüllbare Aussageformen, allgemeingültige Aussageformen, nicht erfüllbare Aussageformen.

Aufgabe 4

Entscheide bei den folgenden sprachlichen bzw. mathematischen Gebilden, ob es sich um eine Definition (D), eine Aussage (A), eine Aussageform (Af) oder einen Term (T) handelt!

Vermerke bei den Aussagen, ob es sich um wahre bzw. falsche Einzelaussagen, Allaussagen oder Existenzaussagen handelt!

Vermerke bei den Aussageformen, ob sie allgemeingültig, erfüllbar oder nicht erfüllbar sind!

1. Die natürliche Zahl 191 ist durch 7 teilbar.
2. Natürliche Zahlen, die genau zwei Teiler besitzen, nennt man Primzahlen.
3. $2m + n + 3$ ($m, n \in \mathbb{N}$)
4. Jede gerade Zahl, die größer als 2 ist, lässt sich als Summe zweier Primzahlen darstellen.
5. $8 + x < 12$ ($x \in \mathbb{N}$)
6. Für alle natürlichen Zahlen a, b gilt $a + b = b + a$.
7. $x + 3 = 1 + x + 2$ ($x \in \mathbb{N}$)
8. Es gibt natürliche Zahlen m , für die gilt: $8 + m < 12$.
9. $ggT(48; 62)$ (ggT größter gemeinsamer Teiler)
10. Stets gilt: Wenn $n|a$ und $n|b$, so $n|(a + b)$. ($a|b$ a ist Teiler von b .)
11. $kgV(x, y) + ggT(x, y)$
12. Eine natürliche Zahl heißt ungerade, wenn sie bei der Division durch 2 den Rest 1 lässt.
13. Das Produkt $x \cdot y$ aus einer geraden Zahl x und einer ungeraden Zahl y ist stets gerade.
14. $2|x \wedge 5|x$ ($x \in \mathbb{N}$)
15. Stets gilt $(2|x \wedge 5|x) \Leftrightarrow 10|x$ ($x \in \mathbb{N}$)
16. $ggT(x; 15) = 3$
17. $x^2 + 1 = 0$ ($x \in \mathbb{Q}$)
18. Es gibt keine rationale Zahl x , für die $x^2 + 1 = 0$ gilt.
19. $x^2 - 4 = 0$ ($x \in \mathbb{Q}$)
20. Für alle $x, y \in \mathbb{Q}_+$ gilt: Wenn $x < y$, so $x^2 < y^2$.
21. Parallelogramme mit einem rechten Winkel heißen Rechtecke.
22. Stufenwinkel α, β an geschnittenen Parallelen g, h sind gleich groß.
23. In jedem Rechteck sind die Diagonalen gleich lang.
24. Die Summe zweier Nebenwinkel beträgt stets 180° .
25. $g \parallel h; g, h \in \{\text{Gerade}\}$.
26. Die Mittelsenkrechte M_{AB} einer Strecke \overline{AB} .
27. Die Stadt S liegt an der Elbe; $S \in \{\text{Stadt}\}$.
28. Die Stadt Riesa liegt an der Elbe.
29. Der Bruder von x und y ; $x, y \in \{\text{Mensch}\}$.

30. x ist der Bruder von y ; $x, y \in \{\text{Mensch}\}$.

Aufgabe 5

Versuche jeweils zwei Interpretationen der gegebenen Variable x zu finden, so dass die gegebene Aussageform in eine wahre bzw. falsche Einzelaussage übergeht!

- a) $x|6$ ($x \in \mathbb{N}$)
- b) $2x + 1 = 2$ ($x \in \mathbb{Q}$)
- c) $2x = x + x$ ($x \in \mathbb{Q}$)
- d) $x = x + 1$ ($x \in \mathbb{Q}$)

Aufgabe 6

Ermittle zu jeder gegebenen Aussageform $H(x)$ jeweils die Erfüllungsmenge!

- a) $x|6$ $x \in \mathbb{N}$
- b) $6|x$ $x \in \mathbb{N}$
- c) $x < 4$ $x \in \mathbb{N}$
- d) $x|6 \wedge 6|x$ $x \in \mathbb{N}$
- e) $x|6 \vee 6|x$ $x \in \mathbb{N}$
- f) $x|6 \wedge x < 4$ $x \in \mathbb{N}$
- g) $x|6 \vee x < 4$ $x \in \mathbb{N}$
- h) $\text{ggT}(x, 4) = 2$ $x \in \mathbb{N}, x > 0$
- i) $\text{ggT}(x; 3) = 2$ $x \in \mathbb{N}, x > 0$
- j) $\text{kgV}(x; 3) = 6$ $x \in \mathbb{N}, x > 0$
- k) $\text{kgV}(x; 6) = 6$ $x \in \mathbb{N}, x > 0$
- l) $2x + 1 = 4$ $x \in \mathbb{Q}$
- m) $\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) = 0$ $x \in \mathbb{Q}$
- n) $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ $x \in \mathbb{Q}$
- o) $x^2 = x^2 + 1$ $x \in \mathbb{Q}$
- p) $x < x$ $x \in \mathbb{Q}$
- q) $x < x + 1$ $x \in \mathbb{Q}$